Forschungsschwerpunkte – Prof. Dr. Nicolas Perkowski

Mein Name ist Nicolas Perkowski und ich bin über das Heisenberg-Programm der DFG am Max-Planck-Institut für Mathematik in den Naturwissenschaften in Leipzig angestellt. Zudem bin ich an der Humboldt-Universität zu Berlin als Juniorprofessor für Mathematik beurlaubt und habe dort eine kleine Arbeitsgruppe von zurzeit zwei Postdocs und einem Doktoranden, die durch verschiedene DFG-Cluster finanziert sind. In meiner Forschung interessiere ich mich für die mathematische Beschreibung zufälliger Systeme und ihrer zeitlichen Dynamik. Diese Systeme können aus völlig verschiedenen Bereichen kommen, etwa der theoretischen Physik, der Biologie oder der Finanzwissenschaft. In erster Linie ist meine Arbeit jedoch konzeptionell und methodologisch, ich bin an mathematischen Problemen interessiert und entwickle neue mathematische Werkzeuge für ihre Lösung.

Dabei fasziniert mich insbesondere die stochastische Universalität. Dies ist eine Art magisches Instrument, mit dem sich die mathematische Modellierung zufälliger Systeme automatisieren lässt. Anders als in der Physik können wir nicht auf Naturgesetze zurückgreifen, um Modelle für zufällige Phänomene zu finden. Stattdessen beweisen mathematische Resultate, dass unter geeigneten Annahmen nur ein einziges sinnvolles Modell existiert, dieses also „universell" ist. Ein klassisches Beispiel eines universellen Modells ist die berühmte Gaußsche Glockenkurve. Immer wenn sich eine zufällige Größe aus vielen kleinen unabhängigen Einflüssen zusammensetzt, folgt ihre statistische Verteilung der Glockenkurve. Hierbei sind die genaue Form der Einflüsse sowie der Kontext völlig egal, so verschiedene Größen wie Niederschlagsmengen, Punktzahlen in Klausuren, Körpergewichte oder Messfehler von Apparaturen lassen sich alle näherungsweise durch das gleiche Modell beschreiben.

Die Universalität der Glockenkurve ist schon seit dem 19. Jahrhundert bekannt und das wichtigste Resultat der Wahrscheinlichkeitstheorie. In meiner Forschung interessieren mich Universalitätsgesetze für zufällige Prozesse mit räumlicher und zeitlicher Struktur. Motivierende Anwendungsbeispiele hierfür sind etwa die räumliche und zeitliche Entwicklung von Populationen, Grenzflächenwachstum (zum Beispiel die Ausbreitung der Feuerfront in einem Waldbrand oder das Wachstum einer Bakterienkolonie), Fluktuationen in Energienetzwerken, Interaktionen von Proteinen und Membranen, das Verhalten von Ferromagneten nahe ihrer kritischen Temperatur oder mathematische Beschreibungen von Quantenfeldtheorien. In allen diesen Fällen führt geschicktes Raten zu der Vermutung, dass gewisse stochastische partielle Differentialgleichungen universelle Modelle für die betrachteten Phänomene darstellen.

In stochastischen partiellen Differentialgleichungen kommen die mathematische Analysis (Differentialgleichungen) und die Wahrscheinlichkeitstheorie (zufälliges Rauschen in den Gleichungen) zusammen. In vielen der vermuteten universellen Gleichungen erzeugt das zufällige Rauschen jedoch Singularitäten, mit denen klassische mathematische Theorien nicht umgehen können, sodass wir die Modelle nicht einmal rigoros definieren können. Daher hat die mathematische Gemeinschaft in den letzten Jahren neue Werkzeuge erfunden, um diese Singularitäten und die Gleichungen zu analysieren. Diese Entwicklung fasziniert mich sehr und mit meiner Forschung habe ich dazu beigetragen, Lösungsmethoden für singuläre stochastische partielle Differentialgleichungen zu finden und anschließend die neuen Modelle zu untersuchen und die vermutete Universalität zu beweisen.

Eine wichtige Einsicht, die die Fortschritte der letzten Jahre erst ermöglicht hat, ist, dass wir die Änderung des Verhaltens von Systemen über verschiedene räumliche und zeitliche Skalen hinweg verstehen müssen. So mussten wir zur Lösung von singulären stochastischen partiellen Differentialgleichungen die Effekte des zufälligen Rauschens auf mikroskopischen Skalen analysieren und sicherstellen, dass sich keine Resonanzen mit Auswirkungen auf makroskopische Skalen bilden. Und zum Beweis der Universalität betrachten wir viele verschiedene Modelle, die das gleiche Phänomen auf mikroskopischen Skalen beschreiben, und beweisen dann, dass sie auf makroskopischen Skalen alle das gleiche Verhalten zeigen („zum gleichen Modell konvergieren“). Daher ist das Studium des Zusammenspiels der Skalen zu einem der Leitmotive meiner Arbeit geworden.

Ein weiteres Leitmotiv ist „Robustheit“, womit die Stabilität von mathematischen Resultaten gegenüber Modellmissspezifikationen gemeint ist. So gestaltet sich etwa die Modellbildung für Preisentwicklungen in der Finanzmathematik schwierig, da hier einzelne Ereignisse sehr starken Einfluss ausüben können und wir somit nicht in der Welt der Gaußschen Glockenkurve sind. Es gibt andere universelle Modelle, die gelegentliche große Einflüsse zulassen, aber es ist nicht immer klar, welche davon geeignet sind. Daher war ein Trend der Finanzmathematik der letzten Jahre, modellunabhängige Resultate zu finden. Das ist mathematisch höchst interessant, da es uns zwingt, ganz neu über das Problem nachzudenken, unsere klassischen Werkzeuge über Bord zu werfen und neue zu entwickeln. Hier habe ich zum Beispiel Methoden zur modellfreien Derivats-Bepreisung mitentwickelt.

Eine weitere Frage, die mich fasziniert, ist, wie wir gesammelte Daten optimal in ein mathematisches Modell assimilieren können. Meine Forschung auf diesem Gebiet beschäftigt sich wieder mit dem Problem der Skalen. Wir betrachten Systeme, die aus verschiedenen Komponenten bestehen, die sich auf ganz unterschiedlichen Zeitskalen ändern, etwa die Wassertemperatur im Ozean im Vergleich zur Lufttemperatur, und entwickeln effiziente Methoden, um gesammelte Daten in ein möglichst einfaches und präzises Modell zu integrieren.

Bei allen diesen Fragestellungen und Problemen interessiert mich in erster Linie die mathematische Problemlösung. Den meisten meiner Forschungsinteressen ist gemein, dass ich zur Lösung der auftretenden Fragen sowohl die klassischen, wunderschönen Theorien der Stochastik und Analysis der letzten Jahrzehnte anwende, aber auch neue Techniken und Ideen erfinde und so zur Weiterentwicklung der Mathematik beitrage.